

日本バイオロジー学会誌 (B&R, 電子版) 第39巻 第1号, 2025年4月15日発行 (年3回発行)

Journal of Japanese Society of Biorheology

ONLINE ISSN: 2186-5663

# B&R



日本バイオロジー学会

<http://www.biorheology.jp>

日バイレオ誌 (B&R, 電子版) 第39巻 第1号

J. Jpn. Soc. Biorheol. 39(1) (2025)

日本バイオレオロジー学会誌 (B & R, 電子版)  
第39巻, 第1号, 2025

目次

**παντα ρει**

「魔改造の夜」のように

.....坂元 尚哉..... 1 (1)

**解説**

超弾性モデルを用いた生体軟組織の応力解析のための連続体力学の基礎  
(等方超弾性モデルの単軸負荷, 二軸伸展, 単純せん断への適用)

.....山田 宏..... 2 (2)

**学会参加記**

第72回レオロジー討論会参加記

.....藤井 修治..... 12 (12)

**会告・行事案内**

第48回日本バイオレオロジー学会年会のご案内

第49回バイオレオロジー・リサーチ・フォーラムのご案内

第50回バイオレオロジー・リサーチ・フォーラムのご案内

協賛学会などの予定

(岡小天基金寄付金納付者)

(新入会員)

(学会入会申込書)

(学会誌投稿規定)

(学会誌投稿票)

..... 13 (13)

## 「魔改造の夜」のように

坂元 尚哉\*

筆者が楽しみにしているテレビ番組がある。NHK で不定期に放送されている「魔改造の夜」をご存じだろうか？お題（競技）に合わせて、身の回りにある家電やおもちゃを通常ではありえないほど改造（「魔改造」と呼ばれている）して、技術を競い合う番組である。毎回のお題は異なり、ぬいぐるみや脚立を走らせたり、トースターにパンを高く飛ばさせたり、おもちゃに缶蹴りさせたりするなどの様々な競技に取り組む。一見、筆者も高専生のときに参加していたロボコンを彷彿させるが、参加チームは日本屈指の技術・知能を持ったメーカーや大学のエンジニアである。そのため、作り出されるものは技術を集結した、まさに魔改造マシンである。一方で、この番組内でのみ成立すると考えられる競技であり、何の役に立つかわからない技術を競い合う。このふざけているともいえる内容に、一流のエンジニアが仕事の合間を縫って約1ヶ月半かけて真剣に取り組む、対戦相手の健闘を互いにたたえ合いながら競技を行い、結果に一喜一憂し、ときに涙する。

番組を見る度に筆者には一つのフレーズがよぎる。それはスタンフォード大学卒業式においてスティーブ・ジョブズ氏の式辞で有名になった “Stay hungry, stay foolish” である。このフレーズには様々な解釈がなされているようであるが、「わかった気にならず何ごとにも常に向上心を持って食欲に謙虚に取り組め」と筆者はとらえている。魔改造の夜のお題は、絶妙な設定がなされており、正解と思われるものはなく、実は高度な発想と技術レベルでの取り組みが必要となる。恐らく実際に参加された方は取り組み始め取り組むほど、お題で求められる内容と自らの技術・知識との間に高い壁を感じているのでは、と推測する。そしてそのお題が何の役に立つかわからない技術だとしても、エンジニアとしてのプライドをかけて様々なアイデアと技術を駆使し全力で取り組んでいる。筆者には、まさにこのフレーズを体現しているように感じられ、その真摯な姿勢に引き込まれ心打たれる。

そして、このことに派生して研究への思いも常に意識する。本誌読者には釈迦に説法であるが、研究の根底は知的好奇心で、「知りたいことを知る」取り組みの積み重ねが基本原理の解明や新たな知の発見をもたらす。よく言われることであるが、始めから何かの役に立つと言う動機に基づくものばかりが研究ではない。これら活動の結果として、新たな技術の創出へ発展し、いわゆる役に立つものが誕生することもある。この番組の何の役に立つかわからないが、しかし、いずれどこかで役に立つかも知れない技術を競う姿が、筆者に研究を彷彿させる。

また、「魔改造の夜」のルールの一つに「失敗してもかまわない」というものがある。このルールに基づき、参加者は失敗を恐れず、ギリギリまで試行錯誤を繰り返し、お題に挑戦する。ときには普通に動くものを作ることすら難しいこともある。タイムパフォーマンス・コストパフォーマンスが提唱される昨今の姿勢とは、ある意味真逆の取り組みにも見える。しかし、我々はこのような無駄や遊びをともなった回り道ともいえる取り組みや失敗の中に、新しい発見が潜むことも知っている。失敗しても果敢に立ち向かいながらこの番組で競う姿は、筆者にいつも研究を彷彿させる。

このような難しいこと抜きで、ロボコンのような技術開発系番組や、大人がふざけたことに本気で取り組むことが好きな方にはお奨めする。ただ、本稿をしたためながら、「魔改造の夜」のように取り組んでいるのか、筆者も改めて自身の研究に対する姿勢を見直している。

---

\*東京都立大学システムデザイン学部機械システム工学科 [〒191-0065 東京都日野市旭が丘 6-6]

## 超弾性モデルを用いた生体軟組織の応力解析のための連続体力学の基礎 (等方超弾性モデルの単軸負荷, 二軸伸展, 単純せん断への適用)

山田 宏\*

### Fundamentals of Continuum Mechanics for Stress Analysis of Biological Soft Tissues Using Hyperelastic Models: Applications of Isotropic Hyperelastic Models to Uniaxial Loading, Biaxial Stretch, and Simple Shear

Hiroschi YAMADA\*

\*九州工業大学 大学院生命体工学研究科 生体機能応用工学専攻  
[〒808-0196 福岡県北九州市若松区ひびきの2-4]

\*Dept. of Biological Functions Engineering, Grad. Sch. of Life Science and Systems Engineering,  
Kyushu Institute of Technology

#### 1. 緒言

生体軟組織の基本的な力学特性を知るために単軸負荷(引張と圧縮)や二軸伸展がよく行われており, 単純せん断条件下での試験も少数であるが行われている<sup>1)3)</sup>. 本解説ではこの3種類の変形に加え, 純せん断, 単軸圧縮とそれに続く単純せん断を採り上げて, 連続体力学の基本的事項を解説する<sup>4)8)</sup>. さらに, 等方の超弾性モデルを紹介し, 主応力に関する応力-ひずみ関係式も併せて示す<sup>9)</sup>.

生体軟組織の変形挙動に対する汎用の有限要素法のソフトウェアには超弾性モデルが組み込まれており, ユーザはモデルを選んで組織や器官の応力解析等を実行している.

本解説では有限要素法などによる超弾性モデルを用いた応力・変形解析で知っておくべき連続体力学の基礎を解説する. 関心のある軟組織の基本的な変形に対する運動学的関係式や応力-ひずみ関係の理論を知りたいならば, 有限要素モデルの作成や解析結果の理解に大いに役立つ.

#### 2. 記号

$A$  : アルマンジのひずみテンソル  
 $B$  : 左コーシー・グリーン変形テンソル  
 $C$  : 右コーシー・グリーン変形テンソル  
 $E$  : グリーンのひずみテンソル  
 $F$  : 変形こう配テンソル†

$I$  : 単位テンソル  
 $J$  : 変形前後の体積比 ( $\det F$ )  
 $P$  : 第1種ピオラ・キルヒホッフの応力テンソル  
 $Q$  : 回転テンソル (座標軸を回転させる)  
 $R$  : 直交テンソル (剛体回転を表す) †  
 $S$  : 第2種ピオラ・キルヒホッフの応力テンソル  
 $s$  : 真応力 ( $P^0$ )  
 $t$  : 時刻  
 $u$  : 変位ベクトル  
 $U$  : 右ストレッチテンソル  
 $V$  : 左ストレッチテンソル  
 $W$  : ひずみエネルギー密度関数  
 $X$  : 変形前の点の位置ベクトル  
 $dX$  : 位置  $X$  を起点とする微小線素ベクトル  
 $x$  : 変形後の点の位置ベクトル  
 $dx$  : 位置  $x$  を起点とする微小線素ベクトル  
 $\sigma$  : コーシーの応力テンソル  
 $\tau$  : キルヒホッフの応力テンソル  
 $e_1, e_2, e_3$  : 直角座標系の  $x_1$  軸,  $x_2$  軸,  $x_3$  軸の単位基底ベクトル  
 $e_{ij}$  : 微小ひずみテンソルの成分  
 $I_1, I_2, I_3$  : 第1, 第2, 第3主不変量  
 $N_1, N_2, N_3$  : 基準配置の単位固有ベクトル  
 $n_1, n_2, n_3$  : 現在配置の単位固有ベクトル

- $x_1, x_2, x_3$  : 位置ベクトルの直角座標成分
- $\varepsilon_{ij}$  : 工学ひずみ (公称ひずみ) の成分
- $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$  : 主ひずみ ( $\varepsilon_1 \geq \varepsilon_2 \geq \varepsilon_3$ )
- $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  : 主伸び ( $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 > 0$ )
- $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  : 主応力 ( $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ )
- $\delta_{ij}$  : クロネッカーのデルタ
- $\det A$  : テンソル  $A$  のディターミナント
- $\times$  : ベクトル積
- $\otimes$  : テンソル積
- $A^{-1}$  : テンソル  $A$  の逆
- $A^T$  : テンソル  $A$  の転置
- $A^{-T}$  : テンソル  $A$  の逆の転置または転置の逆
- $a_i, a_j$  : ベクトル  $a$  の直角座標成分\*
- $A_{ij}, A_{ij}$  : 2 階のテンソル  $A$  の直角座標成分\*
- † 2 つの単位基底ベクトルのうち各々が現在配置と基準配置で定義された 2 点テンソル<sup>8)</sup>
- \*添字が大文字なら基準配置を参照しており, 小文字なら現在配置を参照している<sup>9)</sup>.

### 3. 運動学的関係式

物体は負荷により変形し, 除荷により元の形状に戻るが, 物体内部に残留応力が存在する場合もあり, 残留応力を除いた状態を無応力状態と言う。残留応力がなければ無応力状態と除荷状態は一致する。無応力状態での物体の配置を基準配置と言い, 負荷状態での配置を現在配置と言う。残留応力がない場合や残留応力を無視する場合, 除荷状態での配置を基準配置と言う。また, 物体の応力状態は負荷状態の現在配置で考えるのが力のつり合いの観点からみて自然である。なお, 以下では残留応力が存在しない場合を扱う。また, 本解説では座標系として直角座標系のみを扱う。

超弾性モデルは基準配置で定義したひずみエネルギー密度 (単位体積当たりのひずみエネルギー) 関数としてモデル化する。この式は右コーシー・グリーン変形テンソルやその主不変量, あるいは, 主伸びの関数として表される。ひずみエネルギー密度関数を右コーシー・グリーン変形テンソルで偏微分すると基準配置で定義された第 2 種ピオラ・キルヒホッフの応力テンソルが得られる。現在配置で定義されたコーシーの応力テンソルは基準配置と現在配置との間で生じた変形を考慮して算出する必要があり, そのため, 変形こう配テンソルと体積比を使って, 第 2 種ピオラ・キルヒホッフの応力テンソルをコーシーの応力テンソルに変換する。

本解説では材料の対称軸に合わせた単軸負荷 ( $x_1$  軸方向の引張・圧縮) と二軸伸展 ( $x_1$  軸と  $x_2$  軸からなる平面内での二軸伸展), および, 純せん断と単純せん

断を扱い, 特に, 二軸伸展と単純せん断について詳しく解説する<sup>4)8)</sup>。

図 1 に示すように, 物体内部の点  $P$  が時刻  $t=0$  の変形前に位置  $X$  にあり, 時刻  $t=t$  の変形後に位置  $x$  に移動する。変位ベクトルを  $u$  とすると

$$x(X, t) = X + u \tag{1}$$

が成り立つ。このとき, 位置  $X$  を起点として任意の向きを向く大きさが微小の微小線素ベクトル  $dX$  は変形後に位置  $x$  を起点とする微小線素ベクトル  $dx$  となる。

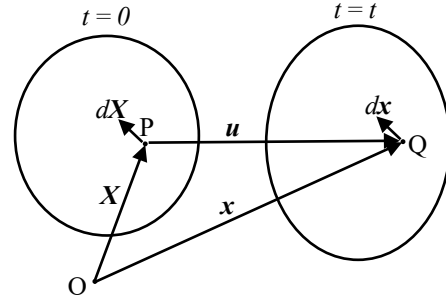


Fig. 1 Position vectors  $X$  and  $x$ , displacement vector  $u$  and line element vectors  $dX$  and  $dx$ .

このとき, 変形前後の微小線素ベクトルは変形こう配テンソル  $F$  によって式

$$dx = FdX = \frac{\partial x}{\partial X} dX \tag{2}$$

によって関係づけられる。変形こう配テンソルは

$$F = F_{ij} e_i \otimes e_j = \frac{\partial x_i}{\partial X_j} e_i \otimes e_j \tag{3}$$

と表せる。また, 直角座標系の場合, 変形こう配テンソルの成分は次のように行列で示すことができる。

$$\begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial X_1} & \frac{\partial x_1}{\partial X_2} & \frac{\partial x_1}{\partial X_3} \\ \frac{\partial x_2}{\partial X_1} & \frac{\partial x_2}{\partial X_2} & \frac{\partial x_2}{\partial X_3} \\ \frac{\partial x_3}{\partial X_1} & \frac{\partial x_3}{\partial X_2} & \frac{\partial x_3}{\partial X_3} \end{bmatrix} \tag{4}$$

上式において, 変形後の位置は変形前の位置の関数なので, 偏微分を実行できる。

式(3)の最右辺で  $i$  と  $j$  が積の形で 2 回ずつ現れる場合には総和規約が適用され, それぞれ 1 から 3 までとした項を加算し,  $(i, j) = (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 2), (3, 1), (3, 2), (3, 3)$  とした 9 つの項の和とする。

式(3)のテンソル記号の前の単位基底ベクトルは現在配置で定義され、テンソル記号の後の単位基底ベクトルは基準配置で定義されている。しかし、空間に固定された直角座標系は物体が変形しても変わらないため、座標軸の単位基底ベクトルを変形前後で区別しない。

テンソルの転置は、成分はそのままにしてテンソル積の記号の前後の単位基底ベクトルを入れ替えて得られる。 $\mathbf{F}^T$ の成分は次の通りである。

$$\begin{bmatrix} F_{11}^T & F_{12}^T & F_{13}^T \\ F_{21}^T & F_{22}^T & F_{23}^T \\ F_{31}^T & F_{32}^T & F_{33}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{21} & F_{31} \\ F_{12} & F_{22} & F_{32} \\ F_{13} & F_{23} & F_{33} \end{bmatrix} \quad (5)$$

2階のテンソル $\mathbf{A}$ の逆は

$$\mathbf{A}\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{A} = \mathbf{I} \quad (6)$$

を満足する。ここで、 $\mathbf{I}$ は単位テンソルで、クロネッカーのデルタ

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (7)$$

を用いて次式で表される。

$$\mathbf{I} = \delta_{ij} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j = \mathbf{e}_1 \otimes \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 \otimes \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3 \otimes \mathbf{e}_3 \quad (8)$$

変形こう配テンソルの逆は

$$\mathbf{F}^{-1} = F_{ij}^{-1} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j \quad (9)$$

と表せ、転置は単位基底ベクトルを入れ替えて

$$\mathbf{F}^T = F_{ji} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j \quad (10)$$

と表せる。このとき、変形こう配テンソルの逆の転置と転置の逆は等しく、次式のように書ける。

$$\mathbf{F}^{-T} = (\mathbf{F}^{-1})^T = (\mathbf{F}^T)^{-1} \quad (11)$$

右コーシー・グリーン変形テンソル $\mathbf{C}$ は基準配置において次式で定義される。

$$\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} C_{kl} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j &= (F_{ki} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_k) (F_{jm} \mathbf{e}_m \otimes \mathbf{e}_j) \\ &= F_{ki} F_{jm} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j \\ &= \frac{\partial x_k}{\partial X_i} \frac{\partial x_j}{\partial X_m} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j \end{aligned} \quad (13)$$

左コーシー・グリーン変形テンソルは現在配置において次式で定義される。

$$\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{F}^T \quad (14)$$

$$\begin{aligned} B_{ij} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j &= (F_{ik} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_k) (F_{jm} \mathbf{e}_m \otimes \mathbf{e}_j) \\ &= F_{ik} F_{jm} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j \\ &= \frac{\partial x_i}{\partial X_k} \frac{\partial x_j}{\partial X_m} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j \end{aligned} \quad (15)$$

右および左コーシー・グリーン変形テンソルの成分は順に次式のように表せる。

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{21} & F_{31} \\ F_{12} & F_{22} & F_{32} \\ F_{13} & F_{23} & F_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{11} & F_{21} & F_{31} \\ F_{12} & F_{22} & F_{32} \\ F_{13} & F_{23} & F_{33} \end{bmatrix} \quad (17)$$

変形こう配テンソル $\mathbf{F}$ は次式のように剛体回転を表す直交テンソル $\mathbf{R}$ と正値対称テンソル（固有値が正の対称テンソル）に分解できる。

$$\mathbf{F} = \mathbf{R}\mathbf{U} = (R_{ij} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j) (U_{kl} \mathbf{e}_k \otimes \mathbf{e}_l) \quad (18)$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{V}\mathbf{R} = (V_{ij} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j) (R_{kl} \mathbf{e}_k \otimes \mathbf{e}_l) \quad (19)$$

ここで、式(18)を右極分解、式(19)を左極分解と言い、 $\mathbf{U}$ を右ストレッチテンソル、 $\mathbf{V}$ を左ストレッチテンソルと言う。また、直交テンソル $\mathbf{R}$ は

$$\mathbf{R}^T \mathbf{R} = \mathbf{R}\mathbf{R}^T = \mathbf{I} \quad (20)$$

を満足する。上式より次式を得る。

$$\mathbf{C} = (\mathbf{R}\mathbf{U})^T \mathbf{R}\mathbf{U} = \mathbf{U}^T \mathbf{R}^T \mathbf{R}\mathbf{U} = \mathbf{U}^2 \quad (21)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{V}\mathbf{R}(\mathbf{V}\mathbf{R})^T = \mathbf{V}\mathbf{R}\mathbf{R}^T \mathbf{V}^T = \mathbf{V}^2 \quad (22)$$

右ストレッチテンソルと左ストレッチテンソルの固有値は主伸び $\lambda_i$  ( $i=1,2,3$ )に等しく、それに対応する右ストレッチテンソルの単位固有ベクトルを $\mathbf{N}_i$ 、左ストレッチテンソルの単位固有ベクトルを $\mathbf{n}_i$ とすると、

$$\mathbf{U} = \lambda_1 \mathbf{N}_1 \otimes \mathbf{N}_1 + \lambda_2 \mathbf{N}_2 \otimes \mathbf{N}_2 + \lambda_3 \mathbf{N}_3 \otimes \mathbf{N}_3 \quad (23)$$

$$\mathbf{V} = \lambda_1 \mathbf{n}_1 \otimes \mathbf{n}_1 + \lambda_2 \mathbf{n}_2 \otimes \mathbf{n}_2 + \lambda_3 \mathbf{n}_3 \otimes \mathbf{n}_3 \quad (24)$$

$$\mathbf{C} = \lambda_1^2 \mathbf{N}_1 \otimes \mathbf{N}_1 + \lambda_2^2 \mathbf{N}_2 \otimes \mathbf{N}_2 + \lambda_3^2 \mathbf{N}_3 \otimes \mathbf{N}_3 \quad (25)$$

$$\mathbf{B} = \lambda_1^2 \mathbf{n}_1 \otimes \mathbf{n}_1 + \lambda_2^2 \mathbf{n}_2 \otimes \mathbf{n}_2 + \lambda_3^2 \mathbf{n}_3 \otimes \mathbf{n}_3 \quad (26)$$

と書ける<sup>8)</sup>。このとき、直交テンソル $\mathbf{R}$ は

$$\mathbf{R} = \mathbf{n}_i \otimes \mathbf{N}_i = \mathbf{n}_1 \otimes \mathbf{N}_1 + \mathbf{n}_2 \otimes \mathbf{N}_2 + \mathbf{n}_3 \otimes \mathbf{N}_3 \quad (27)$$

と表せ、

$$\mathbf{n}_i = \mathbf{R}\mathbf{N}_i \quad (i=1, 2, 3) \quad (28)$$

という関係が成り立つ<sup>8)</sup>。ただし、方向が同じで向きが逆（成分が異符号）の2つの固有ベクトルがあるので、向きの選択には注意を要する。

単純せん断のような2次元平面内の変形では、平面の法線方向の軸の回りに固有ベクトル $\mathbf{N}_1$ あるいは $\mathbf{n}_1$ を反時計回りに90度回転させたベクトルを固有ベクトル $\mathbf{N}_2$ あるいは $\mathbf{n}_2$ とする。3次元変形では、右手系の直角座標系の座標軸と同様に次式が成り立つように選ぶ。

$$\mathbf{N}_1 = \mathbf{N}_2 \times \mathbf{N}_3, \quad \mathbf{N}_2 = \mathbf{N}_3 \times \mathbf{N}_1, \quad \mathbf{N}_3 = \mathbf{N}_1 \times \mathbf{N}_2 \quad (29)$$

$$\mathbf{n}_1 = \mathbf{n}_2 \times \mathbf{n}_3, \quad \mathbf{n}_2 = \mathbf{n}_3 \times \mathbf{n}_1, \quad \mathbf{n}_3 = \mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2 \quad (30)$$

右ストレッチテンソルの主方向に合わせて配置した立方体について、上述の右極分解では基準配置で伸縮させた後で基準配置と現在配置の間で回転させているのに対し、左極分解では基準配置から現在配置の間で回転させてから現在配置において伸縮させている。

大きなひずみが生じる時にはひずみは基準配置で定義されたグリーンひずみテンソル

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2}(\mathbf{C} - \mathbf{I}) = \frac{1}{2}(\mathbf{F}^T \mathbf{F} - \mathbf{I}) \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= E_{ij} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j \\ &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right) \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j \end{aligned} \quad (32)$$

や現在配置で定義されたアルマンジのひずみテンソル

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2}(\mathbf{I} - \mathbf{B}^{-1}) = \frac{1}{2}(\mathbf{I} - \mathbf{F}^{-T} \mathbf{F}^{-1}) \quad (33)$$

で表される。また、微小ひずみテンソル $e_{ij}$ の成分は

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (34)$$

で表され、工学ひずみ（公称ひずみ）成分 $\varepsilon_{ij}$ と次の関係が成り立つ。

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11} &= e_{11}, & \varepsilon_{22} &= e_{22}, & \varepsilon_{33} &= e_{33}, \\ \varepsilon_{12} &= 2e_{12}, & \varepsilon_{23} &= 2e_{23}, & \varepsilon_{31} &= 2e_{31} \end{aligned} \quad (35)$$

座標軸が主方向に一致する場合、変形こう配テンソルとその成分は次のように書ける。

$$\mathbf{F} = \lambda_1 \mathbf{e}_1 \otimes \mathbf{e}_1 + \lambda_2 \mathbf{e}_2 \otimes \mathbf{e}_2 + \lambda_3 \mathbf{e}_3 \otimes \mathbf{e}_3 \quad (36)$$

$$\begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} \quad (37)$$

また、右および左コーシー・グリーン変形テンソルは

$$\mathbf{C} = \mathbf{B} = \lambda_1^2 \mathbf{e}_1 \otimes \mathbf{e}_1 + \lambda_2^2 \mathbf{e}_2 \otimes \mathbf{e}_2 + \lambda_3^2 \mathbf{e}_3 \otimes \mathbf{e}_3 \quad (38)$$

と書け、その非対角成分は零で、対角成分は

$$C_{ii} = B_{ii} = \lambda_i^2 \quad (i=1, 2, 3) \quad (39)$$

である。このとき、式(38)の逆は次式のように表せる。

$$\mathbf{C}^{-1} = \mathbf{B}^{-1} = \lambda_1^{-2} \mathbf{e}_1 \otimes \mathbf{e}_1 + \lambda_2^{-2} \mathbf{e}_2 \otimes \mathbf{e}_2 + \lambda_3^{-2} \mathbf{e}_3 \otimes \mathbf{e}_3 \quad (40)$$

なお、成分だけでなく単位基底ベクトルが参照する配置が基準配置と現在配置のどちらであるかという点にも注意が必要であるが、空間に固定された直角座標系の場合には基準配置と現在配置の間で区別はない。

主伸びは工学ひずみ（公称ひずみ）の主成分との間に

$$\lambda_i = \varepsilon_i + 1, \quad \lambda_2 = \varepsilon_2 + 1, \quad \lambda_3 = \varepsilon_3 + 1 \quad (41)$$

という関係が成り立つ。

非圧縮拘束条件は

$$J = \det \mathbf{F} = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = 1 \quad (42)$$

と表せる。上式は行列式を用いて次のように書ける。

$$\begin{aligned} J &= \begin{vmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} \end{vmatrix} \\ &= F_{11} F_{22} F_{33} + F_{12} F_{23} F_{31} + F_{13} F_{21} F_{32} \\ &\quad - F_{11} F_{23} F_{32} - F_{12} F_{21} F_{33} - F_{13} F_{22} F_{31} \end{aligned} \quad (43)$$

右コーシー・グリーン変形テンソルの第1, 第2, 第3不変量は順に次式で表される。

$$I_1(\mathbf{C}) = \text{tr} \mathbf{C} = C_{ii} = C_{11} + C_{22} + C_{33} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} I_2(\mathbf{C}) &= \frac{1}{2}(\text{tr}^2 \mathbf{C} - \text{tr} \mathbf{C}^2) \\ &= \frac{1}{2}(C_{ii} C_{jj} - C_{jj} C_{ii}) \\ &= \frac{1}{2} \{ (C_{11} + C_{22} + C_{33})^2 - (C_{11}^2 + C_{22}^2 \\ &\quad + C_{33}^2 + C_{12} C_{21} + C_{13} C_{31} + C_{23} C_{32}) \} \end{aligned} \quad (45)$$

$$I_3(\mathbf{C}) = \det \mathbf{C} = J^2 \quad (46)$$

式(44), (45)を主伸びで表すと次のようになる.

$$I_1(\mathbf{C}) = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \quad (47)$$

$$I_2(\mathbf{C}) = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2 \quad (48)$$

上式は材料が非圧縮の場合, 次式のように書ける.

$$I_2(\mathbf{C}) = \lambda_1^{-2} + \lambda_2^{-2} + \lambda_3^{-2} \quad (49)$$

右および左コーシー・グリーン変形テンソルの固有値は同じ主伸びの2乗なので,

$$I_i(\mathbf{C}) = I_i(\mathbf{B}) \quad (i = 1, 2, 3) \quad (50)$$

が成り立つ.

2階のテンソル $\mathbf{A}$ の主不変量について, 次のケーリー・ハミルトンの定理が成り立つ.

$$\mathbf{A}^3 - I_1(\mathbf{A})\mathbf{A}^2 + I_2(\mathbf{A})\mathbf{A} - I_3(\mathbf{A})\mathbf{I} = \mathbf{0} \quad (51)$$

#### 4. 応力

現在配置で定義されるコーシー応力

$$\boldsymbol{\sigma} = \sigma_{ij} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j \quad (52)$$

は有限要素解析で表示される応力である. この応力は対称な2階のテンソルで, 真応力に相当し, 力を断面積で除した量である. 応力成分の最初の添字は応力が生じる面の法線方向の座標軸を表し, 二番目の添字は応力成分の方向の座標軸を表す. 面の法線方向の応力成分は垂直応力成分で, 面の接線方向の応力成分はせん断応力成分である. コーシー応力の成分は次式の通りである<sup>7)</sup>.

$$\begin{aligned} \sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \\ \sigma_{12} = \sigma_{21}, \sigma_{23} = \sigma_{32}, \sigma_{31} = \sigma_{13} \end{aligned} \quad (53)$$

コーシーの応力テンソルと関連付けると, キルヒホッフの応力テンソルは

$$\boldsymbol{\tau} = \tau_{ij} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j = \mathbf{J}\boldsymbol{\sigma} \quad (54)$$

第1種ピオラ・キルヒホッフの応力テンソルは

$$\mathbf{P} = P_{ij} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j = \mathbf{J}\boldsymbol{\sigma}\mathbf{F}^{-T} \quad (55)$$

公称応力を表す応力テンソルは

$$\mathbf{s} = s_{ij} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j = \mathbf{P}^T = P_{kl} \mathbf{e}_l \otimes \mathbf{e}_k \quad (56)$$

基準配置で定義された第2種ピオラ・キルヒホッフの応力テンソルは

$$\mathbf{S} = S_{ij} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j = \mathbf{J}\mathbf{F}^{-1}\boldsymbol{\sigma}\mathbf{F}^{-T} \quad (57)$$

と表される.

応力成分は直角座標系に対応した量である. 原点を固定して直角座標系を回転させて得られる新しい直角座標系については次のように応力成分を得ることができる. 新しい座標系の座標成分と単位基底ベクトルにバーをつけて区別する. このとき, 位置ベクトルと単位基底ベクトルについて順に次式が成り立つ.

$$\mathbf{x} = \bar{x}_i \bar{\mathbf{e}}_i = x_j \mathbf{e}_j \quad (58)$$

回転テンソル $\mathbf{Q}$ の成分は次の内積の式で表される.

$$\bar{\mathbf{e}}_i = Q_{ij} \mathbf{e}_j, \quad Q_{ij} = \bar{\mathbf{e}}_i \cdot \mathbf{e}_j \quad (59)$$

ここで, 回転テンソルの1番目の添字はバーの付いた単位基底ベクトルに対応し, 2番目の添字はバーの付いていない単位基底ベクトルに対応することに注意する. このとき, 新しい直角座標系の応力成分は元の直角座標系の応力成分を用いて次式で書き表せる<sup>7)</sup>.

$$\bar{\sigma}_{ij} = Q_{ik} \sigma_{km} Q_{jm} \quad (60)$$

例えば,  $x_3$ 軸のまわりに ( $x_3$ 軸の正の側から見て) 反時計回りに角度 $\theta$ だけ回転させて新しい座標系を得る場合, 次式 (右辺は3つの行列の積) が成り立つ.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \bar{\sigma}_{11} & \bar{\sigma}_{12} & \bar{\sigma}_{13} \\ \bar{\sigma}_{21} & \bar{\sigma}_{22} & \bar{\sigma}_{23} \\ \bar{\sigma}_{31} & \bar{\sigma}_{32} & \bar{\sigma}_{33} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} &\begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (61)$$

#### 5. ひずみエネルギー密度関数からの応力の算出

ひずみエネルギー密度関数 $W$ は基準配置で定義される. 圧縮性超弾性体の場合, 第2種ピオラ・キルヒホッフの応力テンソル $\mathbf{S}$ は

$$\mathbf{S} = 2 \frac{\partial W}{\partial \mathbf{C}} \quad (62)$$

のようにひずみエネルギー密度関数を偏微分して得られる. コーシーの応力テンソルは式(57)を用いると

$$\boldsymbol{\sigma} = 2J^{-1} \mathbf{F} \frac{\partial W}{\partial \mathbf{C}} \mathbf{F}^T \quad (63)$$

より得られる。

等方のひずみエネルギー密度関数は右コーシー・グリーン変形テンソルの3つの主不変量の関数として

$$W = W(I_1(\mathbf{C}), I_2(\mathbf{C}), I_3(\mathbf{C})) \quad (64)$$

と表せる。そこで、

$$W_1 = \frac{\partial W}{\partial I_1(\mathbf{C})}, \quad W_2 = \frac{\partial W}{\partial I_2(\mathbf{C})}, \quad W_3 = \frac{\partial W}{\partial I_3(\mathbf{C})} \quad (65)$$

とし、式(50)と式(51)から導いた式

$$\mathbf{B}^2 = I_1(\mathbf{C})\mathbf{B} - I_2(\mathbf{C})\mathbf{I} + I_3(\mathbf{C})\mathbf{B}^{-1} \quad (66)$$

を用いると、コーシーの応力テンソルは

$$\boldsymbol{\sigma} = 2J^{-1} \left[ \{W_1 + I_1(\mathbf{C})W_2\} \mathbf{B} - W_2 \mathbf{B}^2 + I_3(\mathbf{C})W_3 \mathbf{I} \right] \quad (67)$$

または

$$\boldsymbol{\sigma} = 2J^{-1} \left[ \{I_2(\mathbf{C})W_2 + I_3(\mathbf{C})W_3\} \mathbf{I} + W_1 \mathbf{B} - I_3(\mathbf{C})W_2 \mathbf{B}^{-1} \right] \quad (68)$$

と表せる<sup>6)</sup>。

非圧縮等方のひずみエネルギー密度関数は

$$W = W(I_1(\mathbf{C}), I_2(\mathbf{C})) \quad (69)$$

と表せ、非圧縮拘束条件の式(42)が成り立つ。コーシーの応力テンソルは

$$\boldsymbol{\sigma} = 2J^{-1} \mathbf{F} \frac{\partial W}{\partial \mathbf{C}} \mathbf{F}^T + H \mathbf{J} \mathbf{I} \quad (70)$$

より求められる。ここで、 $H$ は不定圧（ラグランジュの未定乗数）で、境界条件から定まる。コーシーの応力テンソルは

$$\boldsymbol{\sigma} = 2\{W_1 + I_1(\mathbf{C})W_2\} \mathbf{B} - 2W_2 \mathbf{B}^2 + H \mathbf{I} \quad (71)$$

または

$$\boldsymbol{\sigma} = 2W_1 \mathbf{B} - 2W_2 \mathbf{B}^{-1} + \{2I_2(\mathbf{C})W_2 + H\} \mathbf{I} \quad (72)$$

と表せる<sup>5),6)</sup>。ここで、すべての垂直応力成分に共通な上式中の項  $2I_2(\mathbf{C})W_2 + H$  は  $H$  に置き換えられる。

圧縮性のひずみエネルギー密度関数が主伸びの関数の場合、コーシーの応力テンソルは主方向の単位ベクトルを  $\mathbf{n}_i$  ( $i=1, 2, 3$ ) とすると、

$$\boldsymbol{\sigma} = J^{-1} \sum_{i=1}^3 \lambda_i \frac{\partial W}{\partial \lambda_i} \mathbf{n}_i \otimes \mathbf{n}_i \quad (73)$$

と表せる<sup>6)</sup>。また、非圧縮のひずみエネルギー密度関数であれば

$$\boldsymbol{\sigma} = \sum_{i=1}^3 \left( \lambda_i \frac{\partial W}{\partial \lambda_i} + H \right) \mathbf{n}_i \otimes \mathbf{n}_i \quad (74)$$

と表せる。

式(72)から式(74)について、式(38), (40), (47), (49)より主応力に関する応力-ひずみ関係式は順に次のように表せる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= 2W_1 \lambda_1^2 + 2W_2 \lambda_1^2 (\lambda_2^2 + \lambda_3^2) + H \\ \sigma_2 &= 2W_1 \lambda_2^2 + 2W_2 \lambda_2^2 (\lambda_3^2 + \lambda_1^2) + H \\ \sigma_3 &= 2W_1 \lambda_3^2 + 2W_2 \lambda_3^2 (\lambda_1^2 + \lambda_2^2) + H \end{aligned} \right\} \quad (75)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= 2W_1 \lambda_1^{-2} + 2W_2 (\lambda_2^{-2} + \lambda_3^{-2}) + H \\ \sigma_2 &= 2W_1 \lambda_2^{-2} + 2W_2 (\lambda_1^{-2} + \lambda_3^{-2}) + H \\ \sigma_3 &= 2W_1 \lambda_3^{-2} + 2W_2 (\lambda_1^{-2} + \lambda_2^{-2}) + H \end{aligned} \right\} \quad (76)$$

$$\sigma_i = J^{-1} \lambda_i \frac{\partial W}{\partial \lambda_i} \quad (i=1, 2, 3) \quad (77)$$

$$\sigma_i = \lambda_i \frac{\partial W}{\partial \lambda_i} + H \quad (i=1, 2, 3) \quad (78)$$

応力成分は直角座標系の座標軸を参照した成分であるのに対し、主応力は応力の主方向の垂直応力成分である。ひずみエネルギー密度関数にせん断ひずみ成分が含まれていなくてもせん断応力成分を得ることができる。また、二軸伸展でなく単純せん断であっても主方向  $\mathbf{n}_1$  と  $\mathbf{n}_2$  の主応力に関する応力-ひずみ関係を得る。

## 6. 等方ひずみエネルギー密度関数と応力-ひずみ関係

軟組織の非線形な応力-ひずみ曲線を等方な超弾性モデルで再現できる場合、材料定数を3個以上用いることが多く、オグデンモデルでは材料定数が2個の場合もある<sup>1)</sup>。ネオ・フックモデルは直線的な関係を表すのに用いられる。

非圧縮性のひずみエネルギー密度関数については、非圧縮拘束条件を満足させるため、不定圧の項  $H(I_3(\mathbf{C}) - 3)$  を加えて解くと応力-ひずみ関係式を得る。

### (1) 非圧縮性の多項式超弾性モデル

ひずみエネルギー密度関数は右コーシー・グリーン変形テンソルの第1・第2不変量の多項式で表される。

$$W = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n C_{ij} (I_1(\mathbf{C}) - 3)^i (I_2(\mathbf{C}) - 3)^j, C_{\infty} = 0 \quad (79)$$

ここで  $C_{ij}$  は材料定数で、式(65)より次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} W_1 &= iC_{ij} (I_1(\mathbf{C}) - 3)^{i-1} (I_2(\mathbf{C}) - 3)^j \\ W_2 &= jC_{ij} (I_1(\mathbf{C}) - 3)^i (I_2(\mathbf{C}) - 3)^{j-1} \end{aligned} \right\} \quad (80)$$

ムーニー・リブリン (Mooney-Rivlin) モデルは

$$W = C_{10} (I_1(\mathbf{C}) - 3) + C_{01} (I_2(\mathbf{C}) - 3) \quad (81)$$

$$W_1 = C_{10}, \quad W_2 = C_{01} \quad (82)$$

であり、応力-ひずみ曲線の原点での傾き (初期弾性率) をせん断弾性率  $G$  やヤング率  $E$  と関係式

$$2(C_{10} + C_{01}) = G = E/3 \quad (83)$$

で関連付けられる<sup>5)</sup>。主応力は次式のように表せる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= 2C_1 \lambda_1^2 + 2C_2 (\lambda_2^{-2} + \lambda_3^{-2}) + H \\ \sigma_2 &= 2C_1 \lambda_2^2 + 2C_2 (\lambda_1^{-2} + \lambda_3^{-2}) + H \\ \sigma_3 &= 2C_1 \lambda_3^2 + 2C_2 (\lambda_1^{-2} + \lambda_2^{-2}) + H \end{aligned} \right\} \quad (84)$$

ネオ・フックモデル (neo-Hookean model) は式(81)の第1項だけである。

ヨー (Yeoh) モデルは

$$W = C_{10} (I_1(\mathbf{C}) - 3) + C_{20} (I_1(\mathbf{C}) - 3)^2 + C_{30} (I_1(\mathbf{C}) - 3)^3 \quad (85)$$

$$\left. \begin{aligned} W_1 &= C_1 + 2C_2 (I_1(\mathbf{C}) - 3) + 3C_3 (I_1(\mathbf{C}) - 3)^2 \\ W_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (86)$$

であり、主応力は次式のように表せる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= 2 \left\{ C_1 + 2C_2 (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3) + 3C_3 (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3)^2 \right\} \lambda_1^2 + H \\ \sigma_2 &= 2 \left\{ C_1 + 2C_2 (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3) + 3C_3 (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3)^2 \right\} \lambda_2^2 + H \\ \sigma_3 &= 2 \left\{ C_1 + 2C_2 (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3) + 3C_3 (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3)^2 \right\} \lambda_3^2 + H \end{aligned} \right\} \quad (87)$$

(2) 非圧縮性のオグデン (Ogden) モデル

ひずみエネルギー密度関数は主伸びの関数として

$$W = \sum_{i=1}^n \frac{2\mu_i}{\alpha_i^2} (\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i} - 3) \quad (88)$$

と表される。ここで  $\alpha_i$  と  $\mu_i$  は材料定数で、関係式

$$\sum_{i=1}^n \mu_i = G \quad (89)$$

が成り立つ<sup>1),5),6)</sup>。本モデルは  $n=1$  または  $n=2$  とすることが多い。 $n=1$  のとき、次の式(90)<sub>1</sub>, (90)<sub>2</sub> が成り立てばネオ・フックモデルと一致し、 $n=2$  のとき、式(90)が成り立てばムーニー・リブリンモデルと一致する<sup>5),6)</sup>。

$$\alpha_1 = 2, \quad \mu_1 = 2C_{10}, \quad \alpha_2 = -2, \quad \mu_2 = 2C_{01} \quad (90)$$

主応力に関する応力-ひずみ関係式は次式で表せる。

$$\sigma_i = 2 \sum_{k=1}^n \frac{\mu_k}{\alpha_k} \lambda_i^{\alpha_k} + H \quad (i=1, 2, 3) \quad (91)$$

(3) 圧縮性のフォーム材用超弾性モデル

多孔質ゴムやウレタンフォームのようなフォーム材に対して次のモデルが提案されている<sup>9),11)</sup>。

$$W = \sum_{i=1}^n \frac{2\mu_i}{\alpha_i^2} (\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i} - 3) + \frac{1}{\beta_i} (J^{-\alpha_i \beta_i} - 1) \quad (92)$$

ここで  $\alpha_i, \beta_i, \mu_i$  は材料定数で、ポアソン効果を表す定数  $\nu_i$  ( $i$  によらず一定ならばポアソン比) およびせん断弾性率  $G$  と次の関係が成り立つ。

$$\beta_i = \nu_i / (1 - 2\nu_i), \quad \sum_{i=1}^n \mu_i = G \quad (93)$$

主応力に関する応力-ひずみ関係式は次式で表せる。

$$\sigma_i = 2 \sum_{k=1}^n \frac{\mu_k}{\alpha_k} J^{-1} (\lambda_i^{\alpha_k} - J^{-\alpha_k \beta_k}) \quad (i=1, 2, 3) \quad (94)$$

他のフォーム材用超弾性モデルは文献<sup>6)</sup>を参照されたい。

## 7. 代表的な変形様式における変形と応力の記述

本章で示す変形様式はいずれも一様変形である。単軸負荷と二軸伸展における変形は図の矢印で示す負荷によって実現されるが、単純せん断では後述のように図の矢印で示す負荷だけでは実現されない。

(1) 単軸負荷

非圧縮等方材料の  $x_1$  軸方向の単軸引張での変形は

$$x_1 = \lambda_1 X_1, \quad x_2 = \lambda_1^{-1/2} X_2, \quad x_3 = \lambda_1^{-1/2} X_3 \quad (95)$$

と表せる (図2参照, 原点は試験片表面上)。この変形は図2の直角座標系の座標軸が作る平面  $x_1 x_3$  と  $x_2 x_3$  に関して対称である。

変形こう配テンソルの成分は次式のように書ける。

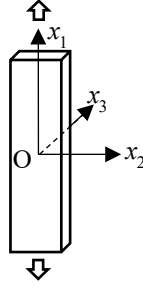


Fig. 2 Uniaxial loading.

$$\begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_1^{-1/2} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_1^{-1/2} \end{bmatrix} \quad (96)$$

応力に関する境界条件

$$\sigma_2 = \sigma_3 = 0 \quad (97)$$

を式(76)と(78)に代入し、 $\lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_1^{-1/2}$ であることから、次の応力-ひずみ関係式を得る。

$$\sigma_1 = 2W_1(\lambda_1^2 - \lambda_1^{-1}) + 2W_2(\lambda_1 - \lambda_1^{-2}) \quad (98)$$

$$\sigma_1 = \lambda_1 \frac{\partial W}{\partial \lambda_1} - \lambda_1^{-1/2} \frac{\partial W}{\partial \lambda_3} \quad (99)$$

## (2) 二軸伸展

非圧縮材料の  $x_1$  軸、 $x_2$  軸方向の二軸伸展での変形は

$$x_1 = \lambda_1 X_1, \quad x_2 = \lambda_2 X_2, \quad x_3 = (\lambda_1 \lambda_2)^{-1} X_3 \quad (100)$$

と表せる (図 3 参照, 原点は試験片表面上)。この変形は図 3 の直角座標系の座標軸が作る平面  $x_1 x_3$  と  $x_2 x_3$  に関して対称である。

変形こう配テンソルの成分は次式のように書ける。

$$\begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & (\lambda_1 \lambda_2)^{-1} \end{bmatrix} \quad (101)$$

応力に関する境界条件

$$\sigma_3 = 0 \quad (102)$$

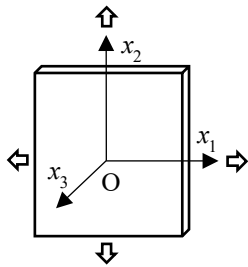


Fig. 3 Planar biaxial stretch.

を式(76)と式(78)に適用すると順に次の応力-ひずみ関係式を得る。

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= 2W_1 \left\{ \lambda_1^2 - (\lambda_1 \lambda_2)^{-2} \right\} + 2W_2 \left\{ (\lambda_1 \lambda_2)^2 - \lambda_1^{-2} \right\} \\ \sigma_2 &= 2W_1 \left\{ \lambda_2^2 - (\lambda_1 \lambda_2)^{-2} \right\} + 2W_2 \left\{ (\lambda_1 \lambda_2)^2 - \lambda_2^{-2} \right\} \end{aligned} \quad (103)$$

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \lambda_1 \frac{\partial W}{\partial \lambda_1} - (\lambda_1 \lambda_2)^{-1} \frac{\partial W}{\partial \lambda_3} \\ \sigma_2 &= \lambda_2 \frac{\partial W}{\partial \lambda_2} - (\lambda_1 \lambda_2)^{-1} \frac{\partial W}{\partial \lambda_3} \end{aligned} \quad (104)$$

オグデンモデルでは、次の応力-ひずみ関係式を得る。

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= 2 \sum_{k=1}^n \frac{\mu_k}{\alpha_k} \left\{ \lambda_1^{\alpha_k} - (\lambda_1 \lambda_2)^{-\alpha_k} \right\} \\ \sigma_2 &= 2 \sum_{k=1}^n \frac{\mu_k}{\alpha_k} \left\{ \lambda_2^{\alpha_k} - (\lambda_1 \lambda_2)^{-\alpha_k} \right\} \end{aligned} \quad (105)$$

発泡超弾性モデルにおいて  $n=1$  であれば、式(94)に境界条件の式(102)を適用すると、主伸びについて次式を得る。

$$\lambda_3 = (\lambda_2 \lambda_3)^{-\beta_1 / (1+\beta_1)} \quad (106)$$

## (3) 純せん断

材料の純せん断の変形は

$$x_1 = kX_1, \quad x_2 = k^{-1}X_2, \quad x_3 = X_3 \quad (107)$$

と表せる。上式は式(54)の主伸びが  $k, k^{-1}, 1$  という特殊な場合で、変形こう配テンソルの成分は次式の通りである。

$$\begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (108)$$

## (4) 単純せん断

材料の単純せん断の変形は

$$x_1 = X_1 + \tan \gamma X_2, \quad x_2 = X_2, \quad x_3 = X_3 \quad (109)$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{I} + \tan \gamma \mathbf{e}_1 \otimes \mathbf{e}_2 \quad (110)$$

と表せる。せん断方向は  $x_1$  軸、すべり面の法線方向は

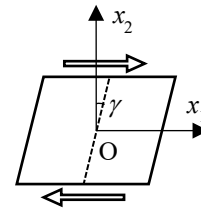


Fig. 4 Simple shear.

$x_2$  軸, せん断面の法線方向は  $x_3$  軸を向いている<sup>4)</sup>.

回転は反時計回りを正とする約束であるのに対し, この単純せん断で生じる回転は時計回りである. また, (1) から (3) の変形は座標軸が主方向と一致しているが, 単純せん断では座標軸が主方向と一致しない.

変形こう配テンソル, 右コーシー・グリーン変形テンソル, 左コーシー・グリーン変形テンソル, および, その逆の成分は順に次の通りである<sup>5)</sup>.

$$\begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \tan \gamma & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (111)$$

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \tan \gamma & 0 \\ \tan \gamma & 1 + \tan^2 \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (112)$$

$$\begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \tan^2 \gamma & \tan \gamma & 0 \\ \tan \gamma & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (113)$$

$$\begin{bmatrix} B_{11}^{-1} & B_{12}^{-1} & B_{13}^{-1} \\ B_{21}^{-1} & B_{22}^{-1} & B_{23}^{-1} \\ B_{31}^{-1} & B_{32}^{-1} & B_{33}^{-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\tan \gamma & 0 \\ -\tan \gamma & 1 + \tan^2 \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (114)$$

関係式の導出においてチャドウィック<sup>4)</sup>が用いる角度  $\psi$  と久田<sup>5)</sup>が用いる角度  $\beta$  とがあり, 次式で関係付けられる.

$$\tan \gamma = 2 \cot 2\psi = 2 \tan \beta, \quad \beta + 2\psi = \frac{\pi}{2} \quad (115)$$

変形こう配テンソルの極分解を行ったとき, 角度  $\psi$  は右および左ストレッチテンソルの固有値や主方向を表すのに用いられ, 角度  $\beta$  は回転テンソルの回転角を表すのに用いられる. この2つの角度について次の公式がある.

右コーシー・グリーン変形テンソルの固有値を求め, 主伸びを  $\lambda$  とし式(112)の特性方程式

$$\begin{vmatrix} 1 - \lambda^2 & \tan \gamma & 0 \\ \tan \gamma & 1 + \tan^2 \gamma - \lambda^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \lambda^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (116)$$

を解くと

$$(1 - \lambda^2) \{ \lambda^4 - (2 + \tan^2 \gamma) \lambda^2 + 1 \} = 0 \quad (117)$$

を得る. したがって, 固有値は次の主伸び

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= \cot \psi = \sec \beta + \tan \beta \\ \lambda_2 &= \tan \psi = \sec \beta - \tan \beta \\ \lambda_3 &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (118)$$

の2乗である. 式(118)<sub>3</sub> は  $x_1 x_2$  面内の単純せん断であれば非圧縮拘束条件式(42)が自然に成立することを示しており,  $x_3$  軸方向については式(109)<sub>3</sub>における変位拘束の条件を応力零の境界条件

$$\sigma_3 = 0 \quad (119)$$

に置き換えることができる.

式(118)の主伸びの2乗を

$$(\mathbf{C} - \lambda_i^2 \mathbf{I}) \mathbf{N}_i = \mathbf{0} \quad (i=1, 2, 3) \quad (120)$$

に代入して次の単位固有ベクトルを得る<sup>4)</sup>.

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{N}_1 &= \sin \psi \mathbf{e}_1 + \cos \psi \mathbf{e}_2 \\ &= \cos \left( \frac{\pi}{2} - \psi \right) \mathbf{e}_1 + \sin \left( \frac{\pi}{2} - \psi \right) \mathbf{e}_2 \\ \mathbf{N}_2 &= -\cos \psi \mathbf{e}_1 + \sin \psi \mathbf{e}_2 \\ &= \cos (\pi - \psi) \mathbf{e}_1 + \sin (\pi - \psi) \mathbf{e}_2 \\ \mathbf{N}_3 &= \mathbf{e}_3 \end{aligned} \right\} \quad (121)$$

したがって, 右コーシー・グリーン変形テンソルと右ストレッチテンソルは次式のように表せる<sup>4)</sup>.

$$\mathbf{C} = \cot^2 \psi \mathbf{N}_1 \otimes \mathbf{N}_1 + \tan^2 \psi \mathbf{N}_2 \otimes \mathbf{N}_2 + \mathbf{e}_3 \otimes \mathbf{e}_3 \quad (122)$$

$$\mathbf{U} = \cot \psi \mathbf{N}_1 \otimes \mathbf{N}_1 + \tan \psi \mathbf{N}_2 \otimes \mathbf{N}_2 + \mathbf{e}_3 \otimes \mathbf{e}_3 \quad (123)$$

上式は単位ベクトル  $\mathbf{e}_i$  を用いて次のように書ける.

$$\begin{aligned} \mathbf{U} &= \sin 2\psi \mathbf{e}_1 \otimes \mathbf{e}_1 + \cos 2\psi (\mathbf{e}_1 \otimes \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_2 \otimes \mathbf{e}_1) \\ &\quad + \frac{\sin^4 \psi + \cos^4 \psi}{\sin \psi \cos \psi} \mathbf{e}_2 \otimes \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3 \otimes \mathbf{e}_3 \end{aligned} \quad (124)$$

式(25)と(26)より, 左コーシー・グリーン変形テンソルの固有値は右コーシー・グリーン変形テンソルの固有値に等しく, 単位固有ベクトル  $\mathbf{n}_i$  は

$$(\mathbf{B} - \lambda_i^2 \mathbf{I}) \mathbf{n}_i = \mathbf{0} \quad (i=1, 2, 3) \quad (125)$$

に代入して計算し, 次のように求められる<sup>4)</sup>.

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{n}_1 &= \cos \psi \mathbf{e}_1 + \sin \psi \mathbf{e}_2 \\ \mathbf{n}_2 &= -\sin \psi \mathbf{e}_1 + \cos \psi \mathbf{e}_2 \\ &= \cos \left( \frac{\pi}{2} + \psi \right) \mathbf{e}_1 + \sin \left( \frac{\pi}{2} + \psi \right) \mathbf{e}_2 \\ \mathbf{n}_3 &= \mathbf{e}_3 \end{aligned} \right\} \quad (126)$$

左コーシー・グリーン変形テンソルと左ストレッチテンソルは次式のように表せる<sup>4)</sup>。

$$\mathbf{B} = \cot^2 \psi \mathbf{n}_1 \otimes \mathbf{n}_1 + \tan^2 \psi \mathbf{n}_2 \otimes \mathbf{n}_2 + \mathbf{e}_3 \otimes \mathbf{e}_3 \quad (127)$$

$$\mathbf{V} = \cot \psi \mathbf{n}_1 \otimes \mathbf{n}_1 + \tan \psi \mathbf{n}_2 \otimes \mathbf{n}_2 + \mathbf{e}_3 \otimes \mathbf{e}_3 \quad (128)$$

また、式(27)に式(121)と式(126)を代入すると直交テンソル $\mathbf{R}$ は次のように表せる。

$$\begin{aligned} \mathbf{R} = & \cos(-\beta)(\mathbf{e}_1 \otimes \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 \otimes \mathbf{e}_2) \\ & + \sin(-\beta)(\mathbf{e}_2 \otimes \mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_1 \otimes \mathbf{e}_2) + \mathbf{e}_3 \otimes \mathbf{e}_3 \end{aligned} \quad (129)$$

式(121)と式(126)より、主方向を表す固有ベクトル $\mathbf{N}_1$ と $\mathbf{n}_1$ は直角座標系の第1象限にあり、それぞれ $x_2$ 軸および $x_1$ 軸と角度 $\psi$ をなしており、 $\mathbf{N}_1$ を時計回りに $\pi/2 - 2\psi$ または $\beta$  (式(64)参照)だけ回転させると固有ベクトル $\mathbf{n}_1$ に一致する。また、固有ベクトル $\mathbf{N}_2$ と $\mathbf{n}_2$ は第2象限にある。

式(72)に式(113)と式(114)を代入すると各応力成分について次の関係式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{11} &= 2W_1(1 + \tan^2 \gamma) + 2W_2\{I_2(\mathbf{C}) - 1\} + H \\ \sigma_{22} &= 2W_1 + 2W_2\{I_2(\mathbf{C}) - (1 + \tan^2 \gamma)\} + H \\ \sigma_{33} &= 2W_1 + 2W_2\{I_2(\mathbf{C}) - 1\} + H \\ \sigma_{12} &= \sigma_{21} = 2(W_1 + W_2) \tan \gamma \end{aligned} \right\} \quad (130)$$

上式に境界条件の式(119)を代入すると次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{11} &= 2W_1 \tan^2 \gamma \\ \sigma_{22} &= -2W_2 \tan^2 \gamma \\ \sigma_{12} &= \sigma_{21} = 2(W_1 + W_2) \tan \gamma \end{aligned} \right\} \quad (131)$$

ここで、 $2(W_1 + W_2)$ は定数であればせん断弾性率 $G$ に相当し、定数でなければひずみに依存する。また、単純せん断ではポインティング効果として垂直応力が発生する<sup>9)</sup>。すなわち、せん断応力だけでなく垂直応力も負荷しなければ図4のような一様変形が生じない。

#### (4) 単軸圧縮負荷に続く単純せん断

非圧縮等方材料の $x_1$ 軸方向の単軸圧縮負荷に続く単純せん断の変形の場合、単純せん断は単軸圧縮負荷後の配置を基準とし、変形こう配テンソルの成分は微小線素ベクトルに作用させる順に並べて、式(96)と式(111)の積として次のように書ける<sup>12)</sup>。

$$\begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} &= \begin{bmatrix} 1 & \tan \gamma & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_1^{-1/2} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_1^{-1/2} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \lambda_1 & \lambda_1^{-1/2} \tan \gamma & 0 \\ 0 & \lambda_1^{-1/2} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_1^{-1/2} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (132)$$

## 8. 結言

基本的な負荷試験における材料の変形やひずみエネルギー密度関数から導かれる応力-ひずみ関係を正しく理解して応力解析を実行できるように、運動学的関係式とひずみエネルギー密度関数、応力-ひずみ関係式について解説した。本解説が実験・解析の両面で読者のお役に立てると幸いである。

## 文 献

- 1) Bhat, S. K., Sakata, N. and Yamada, H.: Identification of uniaxial deformation behavior and its initial tangent modulus for atheromatous intima in the human carotid artery and thoracic aorta using three-parameter isotropic hyperelastic models, *J. Mech. Med. Biol.*, **20**, 2050014, 2020.
- 2) Matsumoto, T., Fukui, T., Tanaka, T., Ikuta, N., Ohashi, T., Kumagai, K., Akimoto, H., Tabayashi and K., Sato, M.: Biaxial tensile properties of thoracic aortic aneurysm tissues, *J. Biomech. Sci. Eng.*, **4**, 518-529, 2009.
- 3) Sommer, G., Eder, M., Kovacs, L., Pathak, H., Bonitz, L., Mueller, C., Regitnig, P. and Holzapfel, G. A.: Multiaxial mechanical properties and constitutive modeling of human adipose tissue: a basis for preoperative simulations in plastic and reconstructive surgery, *Acta Biomater.*, **9**, 9036-9048, 2013.
- 4) P. チャドウィック (後藤学訳) : 連続体力学, 簡明な理論と例題, ブレイン図書出版, pp. 51-54, 1979.
- 5) 久田 俊明: 非線形有限要素法のためのテンソル解析の基礎, 丸善, 1992, pp. 61-165.
- 6) Holzapfel, G. A.: *Nonlinear Solid Mechanics*, Wiley, pp. 205-304, 2001.
- 7) 山田 宏: 力学の基礎とバイオメカニクス, コロナ社, 2012, pp. 72-186. (電子書籍, 正誤表あり)
- 8) 田中 英一: 固体力学の基礎, 共立出版, 2014, pp. 65-151.
- 9) Hill, R.: *Aspects of Invariance in Solid Mechanics*, *Adv. Appl. Mech.*, **18**, 1-75, 1979.
- 10) Storåkers, B.: On material representation and constitutive branching in finite compressible elasticity, *J. Mech. Phys. Solids*, **34**, 125-145, 1986.
- 11) 井上 仁瑛, 山田 宏: 力学試験と超弾性モデルの適用によるウレタンフォームマットレスの骨突起部圧分散メカニズムの解明, *バイオメカニズム*, **23**, 233-242, 2016.
- 12) Mihai, L.A. and Goriely, A.: How to characterize a nonlinear elastic material? A review on nonlinear constitutive parameters in isotropic finite elasticity, *Proc. Math. Phys. Eng. Sci.*, **473**, 20170607, 2017.

## 第 72 回レオロジー討論会参加記

藤井 修治\*

第 72 回レオロジー討論会は山形大学の杉本昌隆教授を実行委員長として、10 月 17 日(木)、18 日(金)の 2 日間、山形テルサで開催された。本討論会期間中、今年度の岡小天賞受賞者である東海大学の後藤信哉教授による特別講演と、バイオレオロジー学会が主催するバイオレオロジー・リサーチ・フォーラムが行われた。この参加記ではこの二つを中心に本討論会の内容を紹介する。

### 特別講演 後藤信哉教授

#### 「血小板のバイオレオロジー」

本講演において、後藤信哉先生はオリジナルの装置開発による血小板の流動と凝集挙動の直接観察からスーパーコンピューター「京」を駆使した血管壁におけるタンパク質動態シミュレーションまでを紹介された。講演では血液全体を考えなければ血小板の動態も理解できないことを繰り返し強調されており、食品を研究対象とする筆者にとっても示唆に富む教訓的講演であった。

本講演ではその内容以上に、臨床医として働きつつ、物理的手法を駆使し血液レオロジーの基礎研究を 30 年間にわたって開拓し続けてきた後藤先生の驚異的なまでに真摯な姿勢に感銘を受けた。目指すべき一つの理想的な講演と言っても過言ではない。

ところで、もう一件の特別講演は山形大学の柳澤文孝名誉教授による「蔵王の樹氷(アイスモンスター)について」であった。樹氷の定義と研究の歴史にはじまり、気候変動による山形県蔵王地区からの樹氷の消失と、他県における新たな樹氷の誕生まで、豊富な資料を基に構成された講演であった。線状降雪帯の発達により新たに樹氷が作られる地域が出現しつつあることが意外であったが、それ以上に、科学誌にとどまらず映画雑誌から大

使館向け広報誌まで蔵王に関連する資料収集の徹底ぶりに驚かされた。

### バイオレオロジー・リサーチ・フォーラム

本フォーラムでは、山形大学の矢野裕子助教より「澱粉の分子鎖構造が米粉パンの成形性とレオロジー特性に与える影響」について、そして、東北大学の石川大太郎准教授より「赤外/遠赤外(1000-100  $\text{cm}^{-1}$ )分光を用いた水の存在状態の評価と糖添加ゼラチンゲル物性に及ぼす影響」について、最新の研究成果を解説していただいた。

矢野先生によるパンの発泡・成形性をレオロジーから考察した見事な研究は、プラスチック成形を得意とする研究室ならではの成果であり、アミロペクチンとアミロースの緻密な調整に舌をまいた。石川先生によるテラヘルツ分光を用いた未開拓の分光領域における物性探索ではさまざまな金属塩による水の構造変化に切り込み、得られつつある成果はホフマイスター系列の仕組み解明を期待させる内容であった。

どちらの講演も質問が相次ぎ 1 時間で全ての質疑を終えることができず盛況であった。お二人の演者はバイオレオロジー学会員ではなく、まだまだ学会員を開拓する余地があると感じた。

### 雑感

今回の討論会では、非平衡系における力鎖などの新しい概念を取り入れることにより、研究対象が大きく広がっていることを認識した。マグマのレオロジーや、水面上でパッキングした 1 cm 程度の粒子のレオロジー、さらに大きな数 cm の巨大粒子浮遊液体のレオロジーなど、新しい地平の開拓を感じる。これらの研究発表には我々の研究を進めるためのヒントがたくさんあり、意欲を掻き立てられた 2 日間であった。

\*東洋大学 食環境科学部 [〒351-8510 埼玉県朝霞市岡 48-1]

行事予定

## 第48回日本バイオロロジー学会年会のご案内

皆様におかれましては、益々ご清祥のこととお慶び申し上げます。

このたび、第48回日本バイオロロジー学会年会を、2025年6月28日（土）・29日（日）の2日間、東北大学片平キャンパス さくらホールにて開催する運びとなりました。片平キャンパスは仙台駅からのアクセスも良く、参加される皆様に快適な環境を提供できることを大変嬉しく思っております。

東北での開催は20年ぶりで、2回目の開催となります。このため、年会実行委員会では2024年11月以降議論を重ね、本年会の意義を「新たな仲間との出会い」とし、「未来志向のバイオロロジー」というテーマを掲げました。委員会のネットワークを活かし、招待講演者が決まりつつあります。これまで参加されてきた会員の皆さまと、新たな参加者や招待講演者との交流が生まれるよう、工夫を凝らしております。

例年通り、奨励賞やポスター賞の授与を予定しております。学生や若手研究者の積極的な参加と成果発表を期待しています。

第48回年会が、皆さまにとって有意義な時間となり、新たな研究の一助となることを願っております。皆様のご支援とご協力を賜りますよう、よろしくお願い申し上げます。

第48回日本バイオロロジー学会年会  
 年会長 太田 信  
 （東北大学流体科学研究所 教授）

### 記

第48回日本バイオロロジー学会年会 (<http://www.biorheology.jp/nenkai/48/>)

年会長 太田 信（東北大学流体科学研究所 教授）

- 会 期：2025年6月28日（土）、29日（日）
- 会 場：東北大学 さくらホール（東北大学 片平キャンパス  
<https://www.tohoku.ac.jp/japanese/profile/campus/01/katahira/areae.html>）
- 連絡先：東北大学 流体科学研究所 生体流動ダイナミクス研究分野
- メールアドレス：48nenkai@biorheology.jp

行事予定
------

## 第 49 回バイオレオロジー・リサーチ・フォーラムのご案内

次世代医療デバイスの研究開発において、計測・制御技術は極めて重要な役割を果たしています。近年、ウェアラブルデバイスやインプラント型センサーによる生体情報の継続的なモニタリングが可能となり、患者ごとに最適な治療を提供する「個別化医療」が現実のものとなりつつあります。また、補助人工心臓をはじめとする高度医療デバイスにも制御技術が導入され、安全かつ長期的に機能するシステムの開発が進んでいます。

第 49 回バイオレオロジー・リサーチ・フォーラムでは、「次世代医療デバイス開発における計測・制御技術」をテーマに、お二人の講師をお迎えし、これらの最新技術が次世代医療デバイスにどのように活用されているのかをご紹介いただくとともに、開発・実用化の展望についても最新の研究成果を交えてご講演いただきます。皆様の積極的なご参加を心よりお待ちしております。

主 催：日本バイオレオロジー学会

日 時：2025 年 3 月 18 日（火） 15：00～16：30

場 所：早稲田大学先端生命医科学センターTWIns 3F セミナールーム 4・5

テーマ：「次世代医療デバイス開発における計測・制御技術」

司 会：岩崎 清隆（早稲田大学 理工学術院 教授）

### 1. 15:00-15:45

演者：川嶋大介先生（千葉大学大学院工学研究院融合理工学府機械工学コース）

講演タイトル：「電気インピーダンス分光・トモグラフィによるバイオ計測技術」

講演要旨：次世代医療・創薬分野として早期診断や個別化医療の重要性が高まっており、病変の早期発見や最適な治療法の選択のために、細胞や生体液の特性を非侵襲かつ迅速/リアルタイムに計測・評価可能なバイオ計測技術が求められている。本講演では、細胞や生体物質の電気物性特性の抽出・イメージングを可能とする電気インピーダンス分光・トモグラフィを利用したバイオ計測技術の研究・応用例を紹介する。

### 2. 15:45-16:30

演者：土方亘先生（東京科学大学工学院機械系）

講演タイトル：「磁気浮上型人工心臓を用いた血液粘度推定と血栓検出」

講演要旨：重症心不全患者の治療に、磁気浮上インペラを回転させて血液循環を補助する人工心臓が使われている。本研究では、磁気浮上インペラを意図的に微小振動させ、その動特性を計測することでリアルタイムに血液粘度を推定し、流量制御に応用している。さらに、加振の振幅と周波数を適切に決定することでインペラ近傍の血液凝固反応の速やかな検知や血栓予防にも応用しているので、その事例を紹介する。

参加費：無料（事前参加登録は必要ありません。学会員で無い方の参加も歓迎します。）

問い合わせ先：日本バイオレオロジー学会事務局：北海道大学大学院 工学研究院機械・宇宙航空工学部門 大橋教授室内 office\_biorheology@eng.hokudai.ac.jp

行事予定
------

## 第 50 回バイオレオロジー・リサーチ・フォーラムのご案内

第 50 回バイオレオロジー・リサーチ・フォーラムでは、近年技術開発が進むシミュレータに焦点を当てます。医療技術評価や医療技術習得のために、近年生体忠実性を再現した生体モデルの構築とこれを用いたシミュレータの開発に対する需要が高まっています。生体モデルの活用は倫理的課題を回避できる一方、生体的特徴の再現、およびその取捨選択が難しいことが知られます。このため、モデル設計には工学的視点と臨床的視点の双方が必要です。さらにレオロジー特性は、生体モデルの生体忠実性の再現のために、工学的視点の中でも最も重要な特性と言えます。

土曜日に行われる年会のシンポジウムと共に、バイオレオロジーを一緒に考える場になればと思います。皆様の積極的なご参加を心よりお待ちしております。

主催：日本バイオレオロジー学会 ※第 48 回年会の中で開催します。

日時：2025 年 6 月 29 日（日）13:00～14:00

場所：東北大学 片平さくらホール（片平キャンパス）

テーマ：出血し治療手技ができる消化器内視鏡シミュレータの開発と教育

司会：太田 信（東北大学 流体科学研究所 教授）

講演内容：

菅野 武 先生

自治医科大学医学教育センター 医療人キャリア教育開発部門 特命教授

東北大学大学院医学系研究科 消化器病態学分野 准教授(クロスアポイントメント制度)

消化器内視鏡は口や肛門から挿入され、観察から処置まで幅広く応用が進んでいる。高度化が進む一方、その手技習得は実際の患者を対象とした学習に依存しており、安全に手技を習得でき合併症対応まで学べるシミュレータモデルが求められている。私たちは疑似血管による出血と止血、がんの切除を可能とするモデルを開発してきた。教育効果をいかに高めるかにはモデルの設計段階からの臨床的な視点が重要だと考えている。測定しにくい臨床的再現性について、教育側から考えを共有する。

参加費：無料。事前参加登録は必要ありません。学会員で無い方の参加も歓迎します。

問い合わせ先：日本バイオレオロジー学会事務局

北海道大学大学院 工学研究院機械・宇宙航空工学部門 大橋教授室内

office\_biorheology@eng.hokudai.ac.jp

行事予定
------

## 協賛学会などの予定

以下、協賛しています学会・シンポジウムなどの予定をお知らせ致します。

1. 第4回レオロジー講座・基礎編

主催：日本レオロジー学会

日時：2025年7月2日（水）

場所：オンライン開催

ホームページ：<http://www.srj.or.jp/gyoji>

2. LIFE2025

主催：日本生活支援工学会（幹事学会）、日本機械学会、ライフサポート学会

日時：2025年8月27日（水）～29日（金）

場所：神奈川工科大学（神奈川県厚木市下荻野1030）

ホームページ：<https://life2025.secand.net/access.html>

3. 日本混相流学会混相流シンポジウム2025

主催：日本混相流学会

日時：2025年9月3日（水）～5日（金）

場所：神戸大学工学部（神戸市灘区六甲台町1-1）

ホームページ：<http://www.jsmf.gr.jp/mfsymp2025/>

4. 日本流体力学会年会2025

主催：日本流体力学会

日時：2025年9月17日（水）～19日（金）

場所：大阪公立大学中百舌鳥キャンパス（堺市中区学園町1-1）

ホームページ：<https://www2.nagare.or.jp/nenkai2025/>

## 岡小天基金 寄付金納付者

以下、令和6年10月～令和7年3月に岡小天基金へご寄付頂きました方々のお名前です。この場を借りまして、厚くお礼申し上げます。

大沼 美智子

(敬称略)

## 新入会員

以下，令和6年10月～令和7年3月に会員になられた方々のお名前です。

該当者なし

(計0名)

## 特定非営利活動法人 日本バイオレオロジー学会 入会申込書

申込み日 年 月 日

会員種別 (○印)	正会員・学生会員・賛助会員 (*の欄のみご記入下さい)	希望入会年度	年度
※会費年額 : ¥8,000 (正会員)、¥3,000 (学生会員)、1口¥50,000 (賛助会員)		※入会金 : 不要	
氏名 または * 団体名	フリガナ	生年月日(西暦)	
		年 月 日	
	ローマ字		
E-mail (必須)			
勤務先 および * 所在地	勤務先名 (在学先名)		職名
	(〒 - )		
	TEL	内線 :	FAX
自宅 住所	(〒 - )		
	TEL	FAX	
最終学歴			西暦 年 卒業
			学位
希望連絡先 (○印を付ける)	勤務先	自宅	
現在ご関心のあるバイオレオロジーのテーマに○を付けてください (複数可)	1.血管内治療 2.循環器系ダイナミクスと疾患 3.血液レオロジーと微小循環 4.細胞・分子のメカノバイオロジー 5.ティッシュエンジニアリング・人工臓器 6.生体物質の構造形成と機能発現・制御 7.食品およびソフトマターのレオロジー 8.その他( )		
* 団体代表者 および担当者氏名・役職	(役職 )	* 申込 口数	計 万円

※学生会員として申し込む方は、在学証明書と指導教員の情報を必ずご記入ください。

在学証明書 学生証のコピーを直接お貼りください。	所属研究室名	
	指導教員	
<b>特定非営利活動法人 日本バイオレオロジー学会事務局</b> 〒060-8628 北海道札幌市北区北 13 条西 8 丁目 北海道大学大学院工学研究院機械・宇宙航空工学部門 大橋教授室内 TEL : 011-706-6424 E-mail : office_biorheology@eng.hokudai.ac.jp		

# 日本バイオレオロジー学会誌（B & R, 電子版）投稿規定

（平成 21 年 10 月制定，平成 27 年 7 月改定，平成 27 年 9 月改定，平成 28 年 3 月改定，令和 4 年 4 月改定，令和 5 年 4 月改定）

## 1. 投稿資格

本誌への投稿責任者（連名の場合は，1 名以上）は，日本バイオレオロジー学会会員でなければならない。ただし，依頼原稿の場合はこの限りではない。

## 2. 投稿原稿の種類

投稿できる原稿は，「総説」，「解説」，「原著論文」，「ノート」および「その他」とする。英語の論文（Original articles, Brief communications, Review articles）については，日本バイオレオロジー学会英文誌の Journal of Biorheology（URL: <http://www.biorheology.jp/jb.html>）への投稿を勧める。

### 2. 1. 総説

「総説」は，バイオレオロジーとそれに関連した分野における特定の研究や主題について，資料や文献を付して総括的に論述するものである。「総説」の長さは，仕上がりで 10 ページ以内とする。表題頁の左上には「総説」と明示する。

### 2. 2. 解説

「解説」は，バイオレオロジーとそれに関連した分野における諸課題や最近の進歩，有用な概念・手法などについて解説するものである。「解説」の長さは，仕上がりで 10 ページ以内とする。表題頁の左上には「解説」と明示する。

### 2. 3. 原著論文

「原著論文」は，バイオレオロジーとそれに関連した分野における独創的研究で，他誌に未発表の論文とする。「原著論文」の長さは，仕上がりで 10 ページ以内とする。英文要旨は 200 words 以内とする。表題頁の左上には「原著論文」と明示する。

### 2. 4. ノート

「ノート」は，前項の「原著論文」とするほどまとまった形ではないが，バイオ

レオロジーとそれに関連した分野における独創性、有用性、速報性のいずれかを有する研究で、研究方法に関するユニークなアイデア、実験で得られた興味深いデータ、臨床的に貴重な症例などを対象とする。「ノート」の長さは、仕上がりで4ページ以内とする。英文要旨は100 words以内とする。表題頁の左上には「ノート」と明示する。

## 2. 5. その他

「掲載原稿に対する意見」、「書評」、「研究（室）紹介」、「各種行事（国内外学会など）の予告」などは、編集委員会が会員に役立つと認めた時に掲載される。

## 3. 執筆要領

「原稿テンプレート」のフォーマットに従って和文で作成し、フォーマットは変更しない。本誌は電子版であるため、最終原稿がそのままPDFファイルとして掲載される。

## 4. 倫理規定

ヒトを対象とした研究データが含まれる場合は、ヘルシンキ宣言に準拠して被験者の人権やプライバシーに十分配慮すること。動物を対象とする実験においても、動物福祉の面に十分配慮が求められる。原稿中には、倫理規定に準拠し、所属施設の倫理委員会あるいはこれに準ずる機関の承認を得て行った研究であることを明記すること。

## 5. 利益相反

「原著論文」と「ノート」については、著者全員を対象として本文末に利益相反の有無を明記すること。利益相反のある場合には、利害関係のある企業等との関係を記載すること。

## 6. 投稿原稿の採否

投稿原稿の採否は、編集委員会が委嘱する複数の査読者の審査に基づき、編集委員会が決定する。再投稿の期限は、返送の日より6ヶ月以内とする。なお、総説については、明確な観点から会員にわかりやすく記述されているか、解説については、明確な論理で会員にわかりやすく解説されているか、それぞれ査読する。

## 7. 著者校正

掲載前にフォーマットなどの再確認が必要な場合のみ、編集委員会から連絡する。

## 8. 掲載料

掲載料は、「原著論文」では2万円、「ノート」では1万円、「総説」と「解説」では無料とする。

## 9. 別刷り

本誌は電子版（PDF）であるため、別刷りは取り扱わない。

## 10. 掲載号の公開

掲載号は、まず学会ホームページに掲載し、次年度に J-STAGE のバイオオロジー学会誌欄 (<https://www.jstage.jst.go.jp/browse/jpnbr/-char/ja/>) にも掲載する。掲載号の公開は、会員には発行と同時にパスワードを設けて行い、一般には発行日の1年後に行う。

## 11. 著作権

掲載された記事（「総説」、「解説」、「原著論文」、「ノート」および「その他」）についての著作権は、日本バイオオロジー学会に属する。また、年会で投稿された抄録の著作権については、記事と同じ規定を適用する。

著者は、他者（個人、団体）が著作権を有する文章および図表を記事に利用する場合、投稿に先立って著作権者から利用許諾を得ておかなければならない。

著者は、第三者からの掲載記事の利用許諾の要請に対し、これを本学会が認めれば著者も同じく認めることにつき、記事の投稿の時点で同意したものとする。

著者は、著作権法第30条の範囲内で私的使用する場合、もしくは私的使用以外で非営利目的である場合は、本学会へ許諾申請することなく、記事の全文または一部の複製、翻案、翻訳を行うことができる。ただし、掲載記事の全文を複製して他の著作物に利用する場合、出所を明示しなければならない。

## 12. 原稿の提出先

本誌は電子版であるため、基本的に電子メールによる。原稿は、投稿票と一緒に、日本バイオレオロジー学会誌（B & R, 電子版）編集委員長 西田正浩宛にメールに添付して送信する。必ず、メールの **Subject**（件名）欄に「日本バイオレオロジー学会誌原稿」と記入する。なお、ファイルのサイズが大きすぎると送受信できない場合があるので、ファイルを添付せずに投稿した旨を知らせるメールも送信する。また、休日を除いて7日以内に受信の連絡がなければ、問い合わせること。

〒305-8564 茨城県つくば市並木 1-2-1  
産業技術総合研究所 健康医工学研究部門  
西田 正浩  
E-mail: [masahiro.nishida@aist.go.jp](mailto:masahiro.nishida@aist.go.jp)

## 編集後記

レオロジーは、物体の流動と変形を取り扱う学問であり、広く粘性体から弾性体までの物性を議論していますが、粘性体の応力がひずみ速度によって決まるのに対し、弾性体の応力はひずみによって決まるので、速度によって議論する粘性体の力学にばかり普段から慣れていると、その積分値である変位によって議論する弾性体の力学に切り替えるのが、難しく感じてしまいます。もちろんバイオレオロジーあるいはレオロジーは、両方の物性をあわせもつ粘弾性体や塑性体などを対象としており、その場合、ひずみ速度とひずみを自在に操る必要があると思われ、複雑ではありますが、ゆえに興味深い学問領域と思います。

さて、今号は、坂元先生にはパンタレイを、藤井先生には学会参加記をご執筆いただきました。そして、山田副理事長には「超弾性モデルを用いた生体軟組織の応力解析のための連続体力学の基礎」について解説いただきました。

多くの皆様方のご協力のお陰で本号を発行することができました。厚くお礼申し上げます。

(西田正浩)

---

### 編集委員会

編集委員長 西田 正浩

編集委員 市川 寿

喜多 理王

坂元 尚哉

庄島 正明

田地川 勉

一杉 正仁

望月 精一

山田 宏

---

---

### 日本バイオレオロジー学会誌 (B & R, 電子版) 第39巻 第1号

2025年4月15日発行

編集者 西田 正浩

発行者 大橋 俊朗

特定非営利活動法人 日本バイオレオロジー学会・事務局

〒060-8628 北海道札幌市北区北13条西8丁目

北海道大学大学院工学研究院機械・宇宙航空工学部門 大橋教授室内

TEL/ FAX 011-706-6424

E-MAIL office\_biorheology@eng.hokudai.ac.jp

© copyrighted 2025, by Japanese Society of Biorheology

---